

# Fondements de Finance

Master In Management

## Chapitre 3 : Les taux d'intérêt

Fahmi Ben Abdelkader ©

Paris, ESCP  
Version étudiants

*« Le taux d'intérêt est la rémunération de l'abstinence : celui qui prête renonce à une consommation immédiate pour épargner. Le taux d'intérêt devient le prix du temps, la récompense de l'attente. »*

## Le taux d'intérêt : rentabilité pour le prêteur vs coût pour l'emprunteur

**Les marchés de taux d'intérêt** sont les marchés de capitaux les plus importants du monde

- ➔ **Marché monétaire** : court terme
- ➔ **Marché obligataire** : moyen et long terme

Il existe **plusieurs taux d'intérêt**, ils diffèrent selon :

- ➔ **Le type de compte** : Livret A : 2,25% ; Livret d'épargne populaire (**LEP**) : 2,5% (en février 2012)
- ➔ **Les banques** : compte d'épargne chez LCL offre 1,6% de rémunération ; 4,5% chez ING direct mais sous conditions...
- ➔ **L'horizon de placement** : en fév.2012, les billets de trésorerie à 3 mois : 0,6% ; les OAT - 10 ans : 3%
- ➔ **Le statut de l'emprunteur** : l'Etat emprunte à des taux plus faibles que Sanofi-Aventis, qui elle-même emprunte à des taux plus faibles qu'une PME

**Quel est le taux le plus approprié pour calculer la valeur actuelle ou future d'une opportunité d'investissement ?**

## Taux annuel effectif vs taux équivalent

Earning a 10% return annually is **not** the same as earning 5% every six months.

True

False

		Jan./01	June/31	Dec./31	Total return at the end of the year
Annual return of 10%	Original	€10,000		€10,000	€11,000
	Interest		€0	€1,000	
Semestrial return of 5% <i>without the compounding effect</i>	Original	€10,000			
	Interest				
Semestrial return of 5% <i>with the compounding effect</i>	Original	€10,000			
	Interest				

$$\text{Taux équivalent pour } n \text{ périodes} = (1 + r)^n - 1$$

Quel est le taux **semestriel** équivalent à un **taux annuel effectif** de 5 % ?

## Taux annuel effectif vs taux équivalent

### Exemple 5.1 (B&DM – p.136) : valoriser des flux mensuels

Votre compte bancaire verse des intérêts mensuels avec un Taux annuel effectif = 6 %.

Quel est le taux d'intérêt mensuel équivalent ?

Combien faut-il épargner chaque mois afin de disposer de 100 000 € dans dix ans ?

## Taux annuel proportionnel vs taux annuel effectif

### Taux annuel Proportionnel (TAP) : *Annual percentage rate APR*

= taux d'intérêt simple : c'est-à-dire sans l'effet de la capitalisation, sur une période d'un an

➔ Parce qu'il n'inclut pas l'effet de la capitalisation des intérêts, le taux annuel proportionnel ne permet pas de connaître directement le montant des intérêts

$$\text{Taux période} = \frac{\text{TAP}}{k}$$

avec  $k$  périodes de capitalisation par an

### Taux Annuel Effectif – TAE (EAR or Effective Annual Yield (EAY))

Indique le montant total d'intérêts qui sera perçu à la fin de l'année

Il prend en considération l'effet de capitalisation

$$\text{TAE} = \left(1 + \frac{\text{TAP}}{k}\right)^k - 1$$

## Taux annuel proportionnel vs taux annuel effectif

### Quick-Check Problem



**LIVRET ÉPARGNE ORANGE**  
**4 % garantis pendant 4 mois**

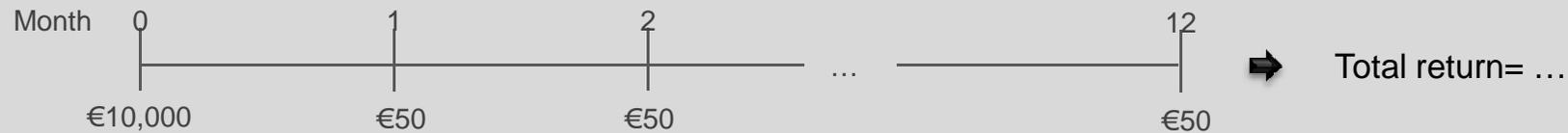
\* Taux nominal annuel brut de 3,5% applicable sur les versements nets (dépôts moins retraits) de 0 euro à 5 000 euros, de 3,75% applicable sur les versements nets de 5001 euros à 15 000 euros et de 4% applicable sur les versements nets de 15 001 euros à 250 000 euros reçus par chèque et par virement sur le(s) livret(s) Epargne Orange chez ING Direct entre le 01/03/2011 et le 31/03/2011

Quel taux utiliser pour calculer votre intérêt ?

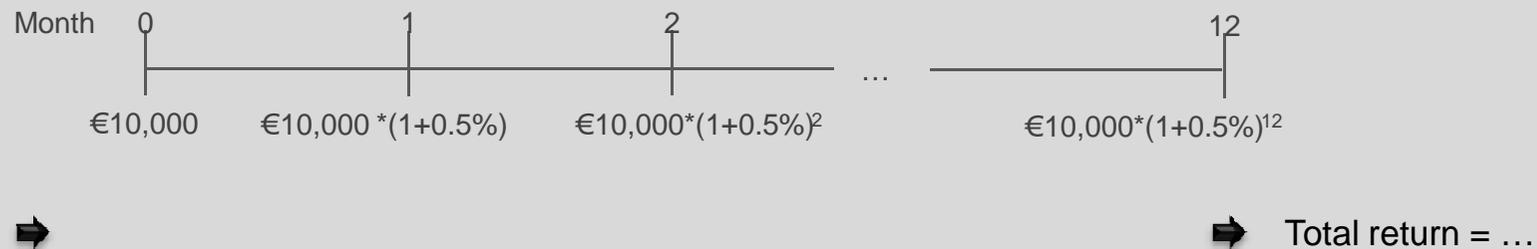
## Taux annuel proportionnel vs taux annuel effectif

**Exemple** : quelle est la VF d'un placement de 10 000€ sur 1 an avec taux proportionnel de 6%, avec et sans capitalisation mensuelle?

### 1 Without the compounding effect



### 2 With the compounding effect



## Taux annuel proportionnel vs taux annuel effectif

### Effective Annual Rates for a 6% APR with Different Compounding Periods

Compounding Interval	$K$	Effective Annual Rate
Annual	1	$(1 + 0.06/1)^1 - 1 = 6\%$
Semiannual	2	$(1 + 0.06/2)^2 - 1 = 6.09\%$
Monthly	12	$(1 + 0.06/12)^{12} - 1 = 6.1678\%$
Daily	365	$(1 + 0.06/365)^{365} - 1 = 6.1831\%$

➔ A 6% APR with continuous compounding results in an EAR of approximately 6.1837%.

#### Quick-Check Question:

Why is the EAR of 6% APR, with semiannual compounding, higher than 6%?

➔ For a given APR, the EAR increases as **compounding** increases

## Taux annuel effectif global : TAEG

### Taux annuel effectif global (TAEG) :

Obligatoire en France, il prend en compte, outre le taux d'intérêt, tous les frais annexes ou bonifications à caractère obligatoire

➔ Ce taux exprime le rendement (coût) final réel pour le prêteur (l'emprunteur) hors impôt

$$TAEG = \left( \frac{\text{Richesse en fin de période}}{\text{Coût initial}} - 1 \right) * 100$$

## Taux d'intérêt brut vs taux d'intérêt net

### Les revenus financiers sont soumis à l'impôt

➔ **Taux d'intérêt net = Taux d'intérêt brut – Taux d'imposition**

➔ **Taux d'intérêt net =  $r - (\tau * r) = r * (1 - \tau)$**

Avec

$\tau$  : taux d'imposition

$r$  : taux d'intérêt brut

## Remboursement d'un emprunt par annuités constantes

### Exemple :

Vous venez de contracter un crédit automobile de 30 000€ au taux annuel proportionnel de 6.75% (avec capitalisation mensuelle des intérêts) pendant 60 mois. Quel est le montant du versement mensuel  $F$  ?

## Capital restant dû (*Outstanding principal*)

### Exemple 5.6 (B&DM – p.147) : Capital restant dû

Votre entreprise a emprunté 3 millions d'euros il y a dix ans.

Taux annuel proportionnel de 7,80 %, mensualités constantes pendant 30 ans

Combien l'emprunteur doit-il à la banque aujourd'hui ?

## Remboursement d'un emprunt par fractions constantes du capital

### Exemple 5.7 (B&DM – p.146) : construire un tableau d'amortissement

Prêt de 1 million d'euros sur cinq ans

Remboursable en cinq versements annuels (en fin de période).

Remboursement du capital par **amortissement constant** : une même fraction du capital est remboursée chaque année

Taux annuel proportionnel : 8 %

Quelles sont les sommes décaissées par l'emprunteur ?

### Tableau d'amortissement

Date	Capital restant dû en début de période	Remboursement en capital	Intérêts de la période	Annuité	Capital restant dû en fin de période
1	1 000 000 €				
2					
3					
4					
5					

## Autres modalités de remboursement d'un emprunt

### Remboursement *in fine*

Remboursement du principal intégralement à l'échéance (Exemple : Investissement immobilier locatif)

### Remboursement par annuités croissantes

Par ex. lorsque l'emprunteur prévoit une augmentation progressive de son revenu (Emprunts immobiliers pour jeunes diplômés)

### Remboursement différé

Décaler de plusieurs périodes le début de remboursement du capital (Ex. prêts étudiants)

DIG DEEPER



Voir pp.147-149 – Finance d'Entreprise B&DM

## De quoi dépend le taux d'intérêt ?

Le taux d'intérêt est déterminé par l'offre et la demande de fonds prêtables

- ➔ L'offre et la demande est elle-même déterminée entre autres par :
  - ➔ L'inflation
  - ➔ Le volume des investissements réalisés par emprunts
  - ➔ L'horizon de placement
  - ➔ Le risque lié au statut de l'emprunteur (sa solidité financière)
  - ➔ Les taxes

## Taux d'intérêt et inflation

Le taux d'intérêt affiché par les institutions financières et utilisé jusqu'ici est le **taux d'intérêt nominal (  $r$  )**

⇒ Ne prend pas en compte **l'inflation (  $\pi$  )**

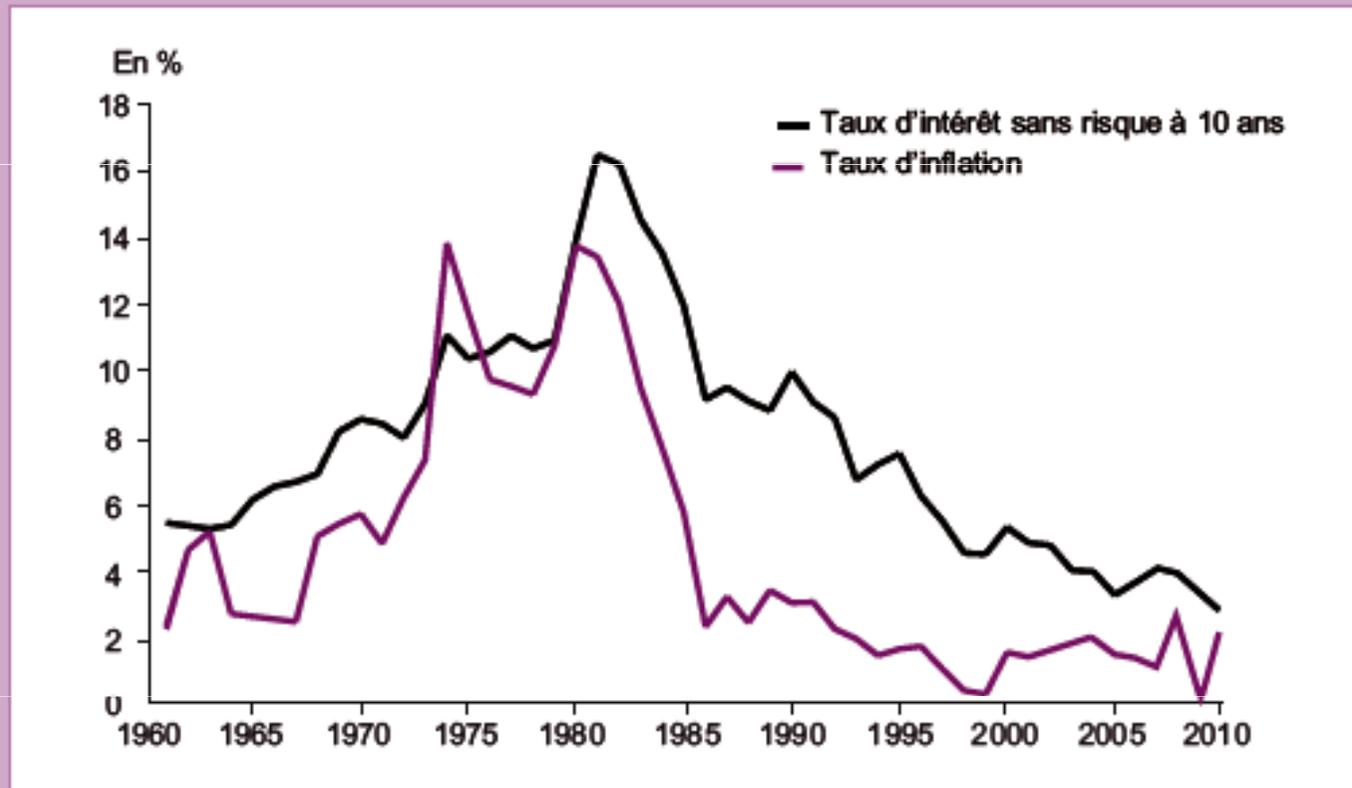
**Le Taux d'intérêt réel (  $r_r$  )**: le taux de croissance de votre pouvoir d'achat après prise en compte de l'inflation

⇒ 
$$\text{Growth in Purchasing Power} = 1 + r_r = \frac{1 + r}{1 + i} = \frac{\text{Growth of Money}}{\text{Growth of Prices}}$$

**Taux d'intérêt réel :** 
$$r_r = \frac{r - i}{1 + i} \approx r - i$$

## Taux d'intérêt et inflation

**Figure 5.1 – Taux d'intérêt et taux d'inflation en France.**



Le taux d'intérêt nominal a tendance à suivre les évolutions de l'inflation.

Source : OCDE. Le taux d'intérêt est le taux de rentabilité des obligations d'État à 10 ans. Le taux d'inflation est calculé à partir de l'indice des prix à la consommation.

Quant le taux d'inflation est élevé, un taux d'intérêt nominal plus élevé est nécessaire pour inciter les agents à épargner

## Taux d'intérêt et inflation

### Exemple 5.9 (B&Dm – p.150) – taux d'intérêt réel

En novembre 2007, en France, le taux d'intérêt sur les titres d'État à dix ans était environ de 4,2 % et le taux d'inflation de 2,7 %.

En 1975, le même taux d'intérêt était environ de 10,3 % et le taux d'inflation de 11,7 %.

Quels étaient les taux d'intérêt réels en 2007 et en 1975?

### Taux d'intérêt réel

$$r_r = \frac{r - \pi}{1 + \pi} \approx r - \pi$$

➡ En 1975, le taux d'intérêt nominal .....

## L'investissement et la politique de la banque centrale en matière de taux d'intérêt

### Interest Rate Determination

- The Central Bank (US: Federal Reserve) determines very short-term interest rates through its influence on the **reference rate** (US: federal funds rate), which is the rate at which banks can borrow cash reserves on an overnight basis.
- All other interest rates (Medium and long term rates) are set in the market and are adjusted until **the supply of lending matches the demand for borrowing** at each loan term.

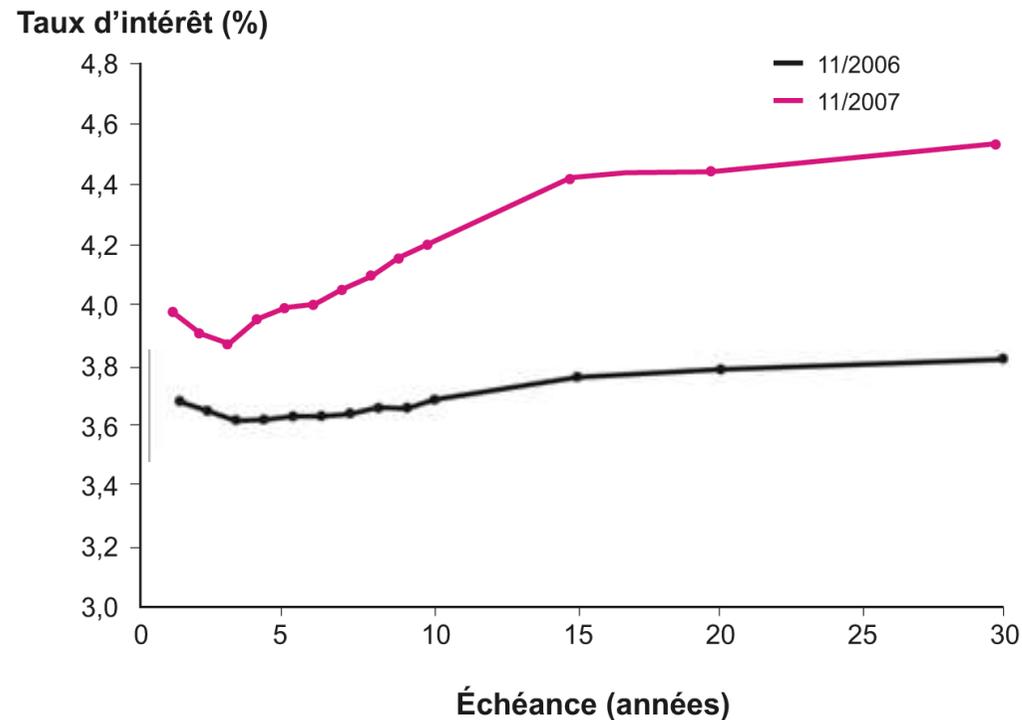


## La courbe des taux (*The yield curve*)

### Le taux d'intérêt dépend de l'horizon de placement (ou d'emprunt)

➔ La relation entre taux d'intérêt (*yield*) et l'horizon (*maturity*): **structure par terme des taux d'intérêt**

Figure 5.2 (B&DM – p.154) – courbe des taux sur les titres d'Etat français



© Pearson Education France

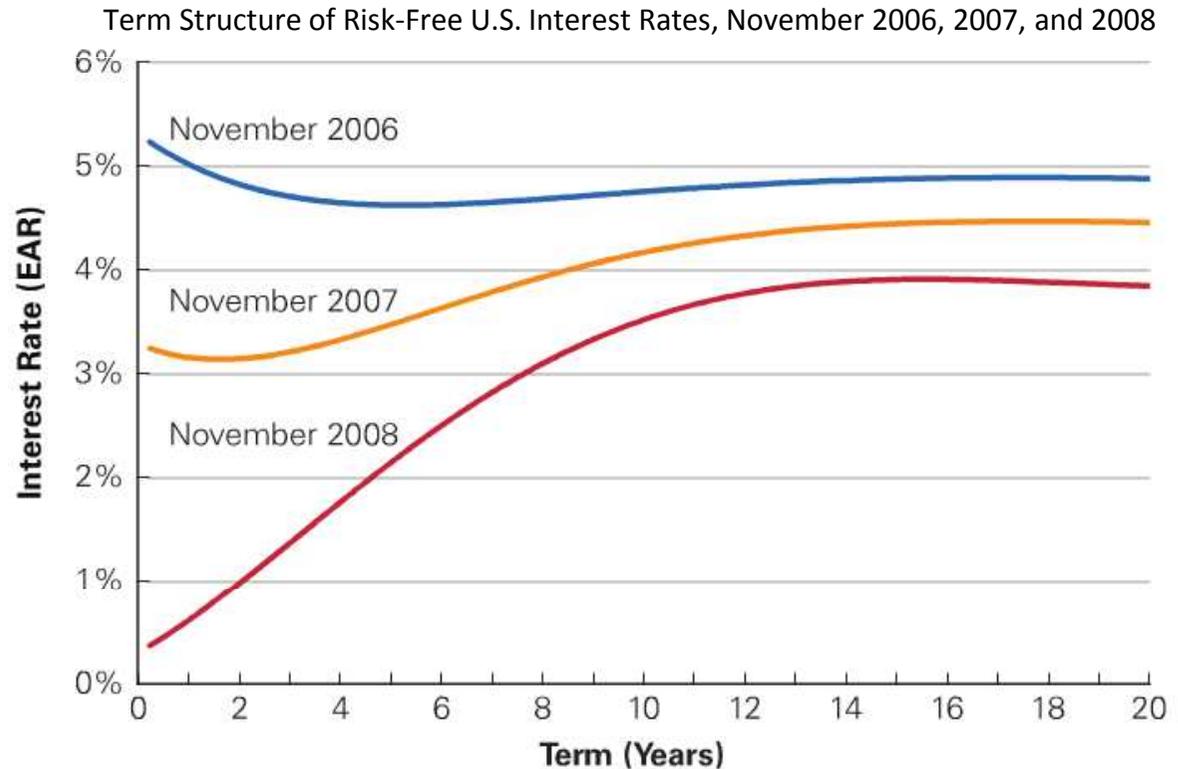
➔ En général, un placement de plus long terme bénéficie d'un taux d'intérêt plus élevé : les taux court terme sont inférieurs aux taux long terme

## La courbe des taux (*The yield curve*)

**Term Structure:** The relationship between the investment term and the interest rate

➔ **Yield Curve:** A graph of the term structure

Term (years)	Date		
	Nov-06	Nov-07	Nov-08
0.5	5.15%	3.20%	0.44%
1	5.02%	3.15%	0.60%
2	4.83%	3.14%	0.96%
3	4.71%	3.20%	1.35%
4	4.64%	3.32%	1.75%
5	4.62%	3.47%	2.13%
6	4.62%	3.63%	2.49%
7	4.65%	3.78%	2.81%
8	4.68%	3.93%	3.09%
9	4.71%	4.06%	3.32%
10	4.75%	4.17%	3.51%
15	4.87%	4.44%	3.90%
20	4.88%	4.45%	3.84%



Source : Berk J. and DeMarzo P. (2011), Corporate Finance, Second Edition. Pearson Education. (Fig 5.2 p.138)

➔ When the 2008 financial crisis struck, the Federal Reserve responded by cutting its short-term interest rate target to 0%.

## La courbe des taux (*The yield curve*)

### Exemple 5.10 p.154

Quelle est la valeur actuelle d'une séquence de flux de 1000 € par an pendant dix ans, compte tenu de la courbe des taux française de novembre 2006 (voir figure slide précédent) ?

**Valeur actuelle d'une suite de flux actualisés  
compte tenu de la courbe des taux**

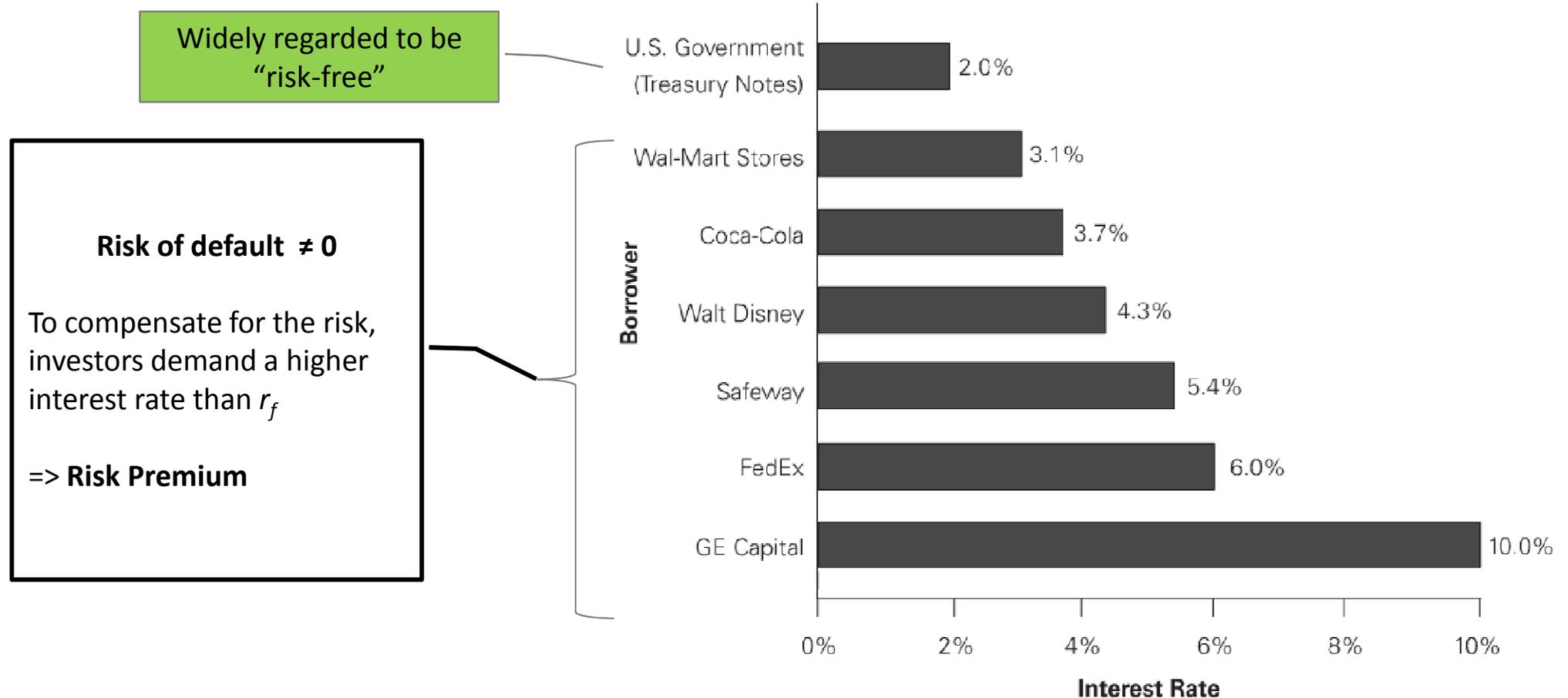
$$VA = \frac{F_1}{(1+r_1)^1} + \frac{F_2}{(1+r_2)^2} + \frac{F_3}{(1+r_3)^3} + \dots + \frac{F_N}{(1+r_N)^N} = \sum_{n=1}^N \frac{F_n}{(1+r_n)^n}$$

<b>1 an</b>	<b>2 ans</b>	<b>3 ans</b>	<b>...</b>	<b>10 ans</b>
3.71%	3.68%	3.64%		3.72%



## Le taux d'intérêt et le risque

Interest Rates on Five-Year Loans (Bonds) for Various Borrowers, March 2009



Source : Berk J. and DeMarzo P. (2011), Corporate Finance, Second Edition. Pearson Education. (Fig 5.4 p.143)

➔ The variation in interest rates is based on the riskiness of the borrower (its credit standing)

## Le taux d'intérêt et le risque

### Le taux d'intérêt varie selon la solvabilité de l'emprunteur

➡ Plus le risque de défaut de paiement est élevé, plus le créancier exige de l'emprunteur un taux d'intérêt élevé

➡ Les obligations émises par les Etats des pays développés **sont considérés sans risque**

**Un Etat peut-il faire faillite ?!** (Grèce, Irlande, Portugal, etc.)

➡ Pour les autres emprunteurs, le risque de défaut n'est pas nul

Le taux d'intérêt est donc plus élevé que le taux sans risque : prime de risque (ou *spread* de taux)

**Plus le risque présenté par l'emprunteur est important plus la prime de risque est importante**

## Le coût d'opportunité du capital : définition

Dans une situation où l'on est confronté à plusieurs choix d'investissement, **le coût d'opportunité d'un choix donné est estimée par la meilleure rentabilité que l'on peut obtenir sur le marché pour un projet de risque comparable.**

**Le taux d'actualisation est le taux de rentabilité le plus élevé sur le marché offert par un projet ayant un risque et un horizon comparables**

### DIG DEEPER



Le coût d'opportunité est exprimé en termes **d'opportunités non-réalisées** et **n'est pas une mesure économique du gain**

**Ne pas confondre le coût d'opportunité avec le profit économique**, qui désigne pour sa part ce qu'un choix rapporte en plus par rapport au meilleur des autres choix.

**le coût** est une notion technique, c'est la dépense nécessaire pour produire quelque chose.

**Vs**

Le coût d'opportunité est **ce à quoi renonce l'acheteur en termes de satisfaction en acceptant de payer le coût de l'option qu'il choisit en définitive**

## Le coût d'opportunité du capital : taux d'actualisation d'un projet risqué

### **Exemple 5.7 (p. 137, B&DM&H – FCF): coût d'opportunité du capital**

Abdel-Baptiste, un ami, vous propose de lui prêter 1000€ aujourd'hui contre un paiement de 1100€ dans un an.

Que devriez vous faire pour déterminer le choix le plus optimal?

**En cherchant sur le marché les opportunités d'investissement comparables à l'offre de votre ami, vous trouvez que la meilleure rentabilité offerte est de 8%.**

Calculer la VAN de l'offre de votre ami en utilisant le coût d'opportunité du capital comme taux d'actualisation



## Le coût d'opportunité du capital : taux d'actualisation d'un projet d'investissement

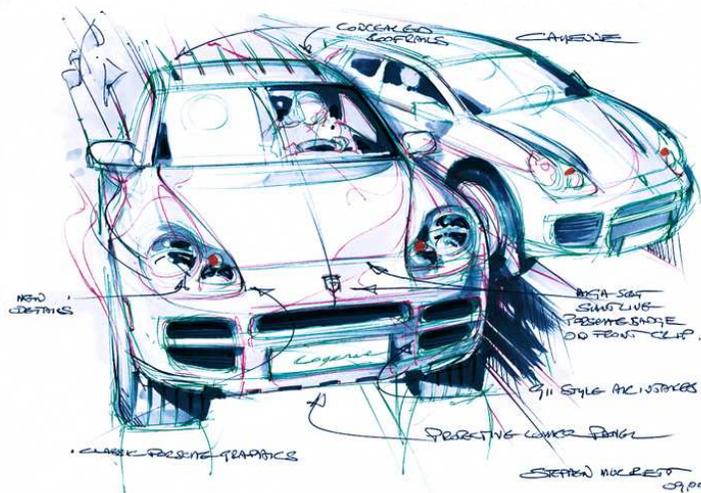
**Le coût d'opportunité du capital: le taux de rentabilité le plus élevé sur le marché offert par un projet ayant un risque et un horizon comparables**

**Quel est le taux d'actualisation approprié pour un projet d'investissement sans risque ?**

➔ Le taux d'actualisation est le taux d'intérêt sans risque (taux d'un titre de dette émis par l'Etat)

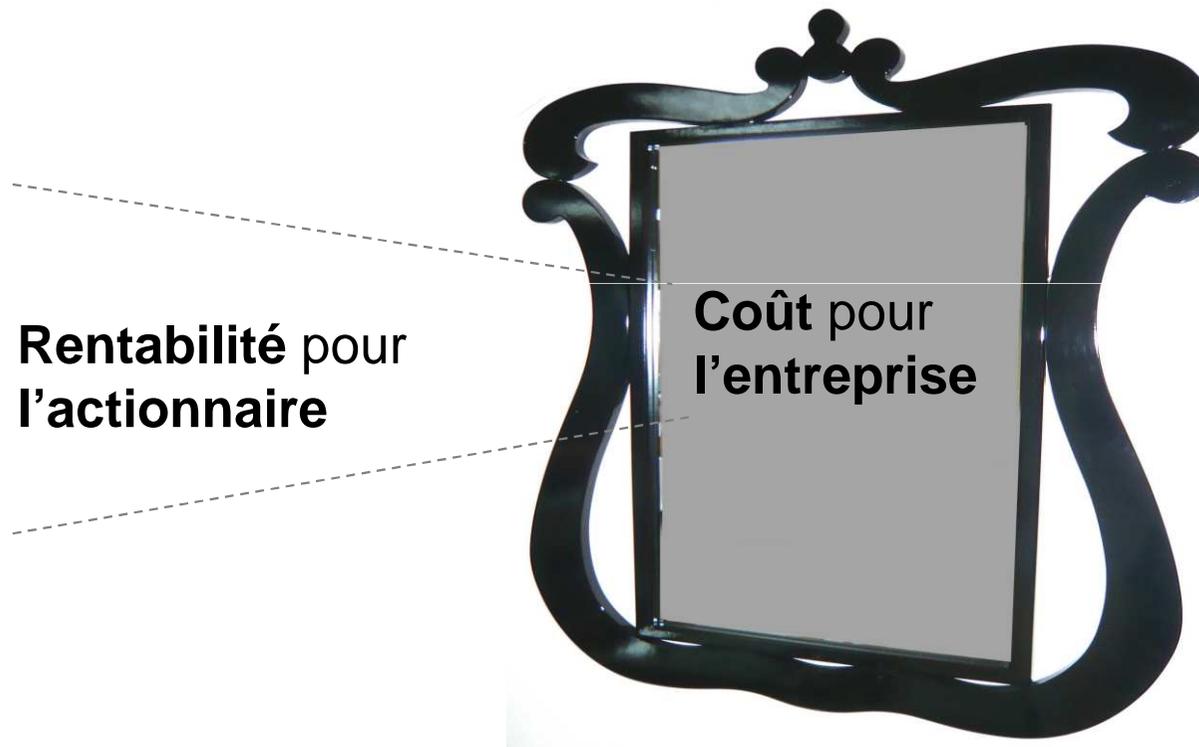
**Quel est le taux d'actualisation approprié pour un projet d'investissement risqué?**

➔ Le taux d'actualisation est le taux de rentabilité le plus élevé sur le marché offert par un projet ayant un risque et un horizon comparables



**Ex.** Quel est le coût du capital du projet de fabrication & commercialisation de la Porsche Cayenne ?

## Le coût d'opportunité du capital



Le coût du capital d'un nouveau projet est :

- ➔ Pour l'entreprise: ce que l'entreprise doit à tous ceux qui lui ont apporté des capitaux.
- ➔ Pour les actionnaires et les créanciers : la rentabilité espérée en retour de leur investissement

## Convertir un taux annuel proportionnel (TAP) en taux annuel effectif (TAE)

1  $Taux\ \acute{e}quivalent\ (TAE) = (1 + r)^k - 1 = (1 + Taux\ p\acute{e}riode)^k - 1$

2  $Taux\ p\acute{e}riode = \frac{TAP}{k}$  k : fr\eqence de capitalisation

1 2 →  $TAE = \left(1 + \frac{TAP}{k}\right)^k - 1$

Fr\eqence de capitalisation	Taux proportionnel	Taux p\acute{e}riode	Taux effectif	Valeur de 1000\text{€} apr\eqs 1 an (from TAP)	Valeur de 1000\text{€} apr\eqs 1 an (from TAE)
k	TAP	TAP / k	$TAE = (1 + TAP / k)^k - 1$	$= 1\ 000\text{€} * (1 + TAP / k)^k$	$= 1\ 000\text{€} * (1 + TAE)$
Annuelle 1	6%	6,00%	6,00%	1060,00	1060,00
Semestrielle 2	6%	3,00%	6,09%	1060,90	1060,90
Mensuelle 12	6%	0,50%	6,17%	1061,68	1061,68
Quotidienne 365	6%	0,02%	6,18%	1061,83	1061,83